



# L'uso di legami costitutivi elasto-plastici incrudenti nell'analisi di sistemi geotecnici

---

*Criteri di scelta dei legami costitutivi nell'analisi di opere e  
sistemi geotecnici. L'esempio del Cameron Salesiani*

---

**Ing. Luca Masini**  
Presidente della Commissione Geotecnica Ordine degli Ingegneri  
della provincia di Roma  
Assistant Professor, Sapienza Università di Roma

Roma, 26/10/2023



1

## introduzione

### progettazione di sistemi geotecnici

**requisiti** { di sicurezza (stati limite ultimi)  
di funzionalità (stati limite di servizio)

**sicurezza**  
stato limite ultimo geotecnico  
stato limite ultimo strutturale

**funzionalità**  
stato limite di servizio  
spostamenti e deformazioni eccessivi nella **struttura** e nel **volume di terreno** interagente con l'opera (**volume significativo**)

L. Masini

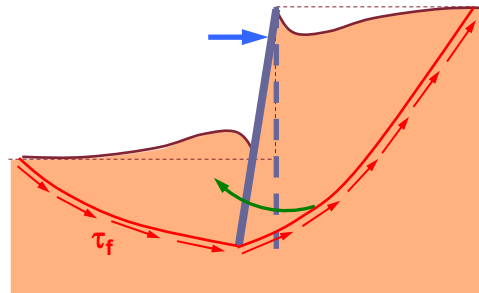
2

## introduzione

### progettazione di sistemi geotecnici

#### stato limite ultimo geotecnico

- completa mobilitazione della resistenza al taglio nel terreno
- sviluppo di un meccanismo di collasso



- condizione limite nel terreno al fine di evitare che essa si verifichi
- valutazione della sicurezza: **misura distanza dal meccanismo studiato**

L. Masini

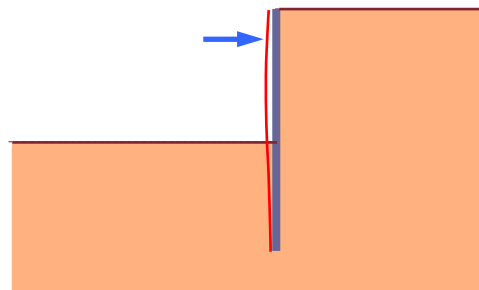
3

## introduzione

### progettazione di sistemi geotecnici

#### stato limite ultimo strutturale

- raggiungimento della resistenza disponibile in una parte della struttura
- valutazione attendibile delle **massime sollecitazioni agenti**



- studio di interazione terreno-struttura per giungere ad una valutazione realistica del comportamento dell'opera

L. Masini

4

## Scelta degli strumenti di analisi

Scelta dello strumento di calcolo ↔ • finalità  
• complessità del problema

finalità: sicurezza (SLU) e sollecitazioni  
complessità: bassa



modelli «alla Winkler»,  
L.E.M. (SLU)

finalità: sicurezza (SLU) e sollecitazioni  
complessità: elevata



modelli FEM o FDM +  
legami cost. semplici

finalità: spostamenti (SLE)  
complessità: qualsiasi



modelli FEM o FDM +  
legami cost. «avanzati»

L. Masini

5

## Scelta degli strumenti di analisi

Scelta legame costitutivo → finalità

finalità: sicurezza (SLU), sollecitazioni  
negli elementi strutturali



legame elastico lineare  
perfettamente plastico



scelta della  
**rigidezza operativa**

finalità: spostamenti indotti nel terreno  
interagente con l'opera (SLE)



legami **elasto-plastici**  
**incrudenti**

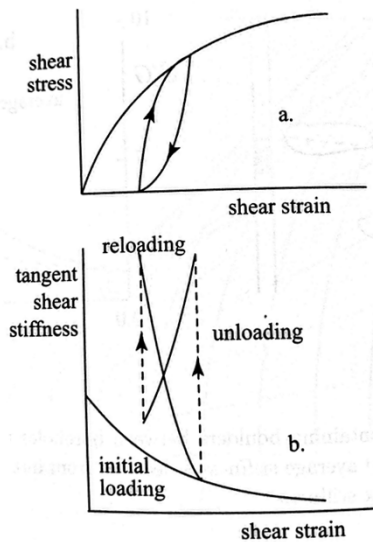


**calibrazione dei**  
**parametri**

L. Masini

6

## Evidenze sperimentali



D.M. Wood (2004)

Principali caratteristiche del comportamento dei terreni:

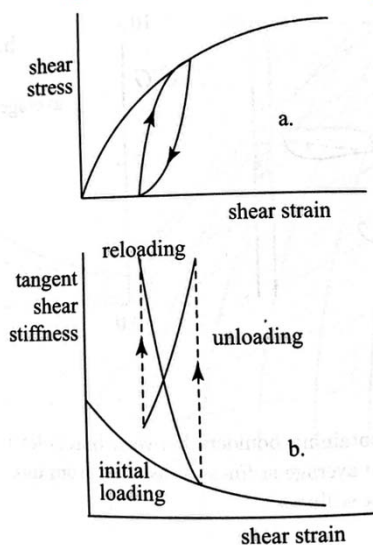
- comportamento **non lineare** e **irreversibile** (sviluppo di deformazioni **plastiche**) da bassi livelli deformativi
- se, a partire da uno stato intermedio, si effettua un'inversione del percorso di carico, la **rigidezza** in fase di **scarico** è **maggiore** di quella in fase di primo carico
- a grandi deformazioni si raggiunge uno stato in cui un incremento della deformazione deviatorica non induce variazione dello stato tensionale efficace e delle deformazioni volumetriche (**stato critico**)
- la **rigidezza** dipende dallo **stato tensionale efficace**
- **accoppiamento deviatorico – volumetrico**: i terreni sviluppano significative deformazioni volumetriche anche se sono soggetti a variazioni della sola tensione deviatorica

L. Masini

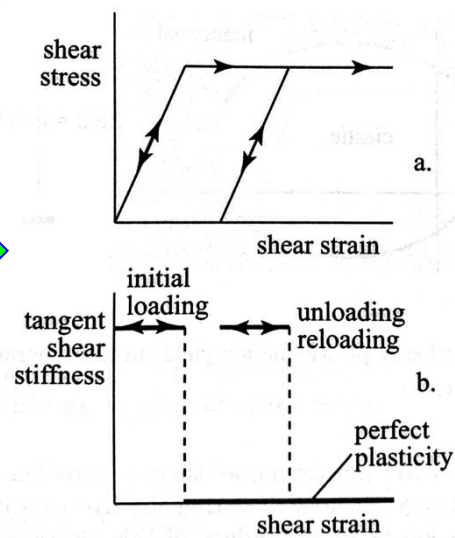
7

## Dalla realtà al modello matematico

### Legame elastico lineare – perfettamente plastico



D. M. Wood (2004)



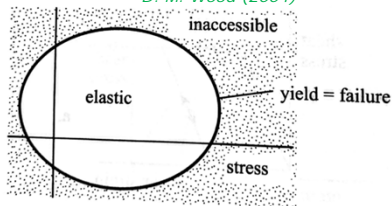
D. M. Wood (2004)

L. Masini

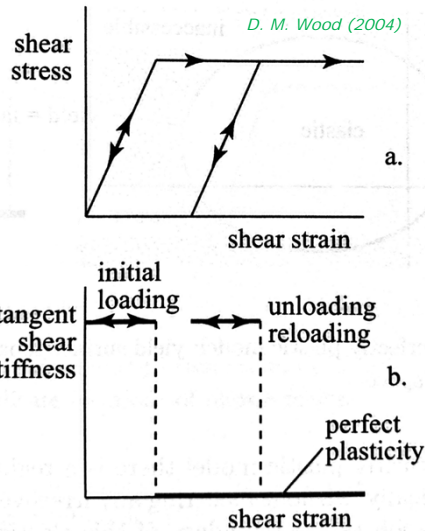
8

## Legame elastico lineare – perfettamente plastico

D. M. Wood (2004)



- esistenza di una regione (dominio elastico) in cui non si sviluppano deformazioni **irreversibili** (plastiche)
- all'interno del dominio elastico il comportamento è reversibile (elastico, lineare o non-lineare)
- se lo stato tensionale raggiunge la **frontiera** del dominio elastico (**superficie di plasticizzazione**), si raggiunge la plasticizzazione a stato tensionale costante che, in questo caso, corrisponde con l'attingimento di una condizione ultima (rottura)

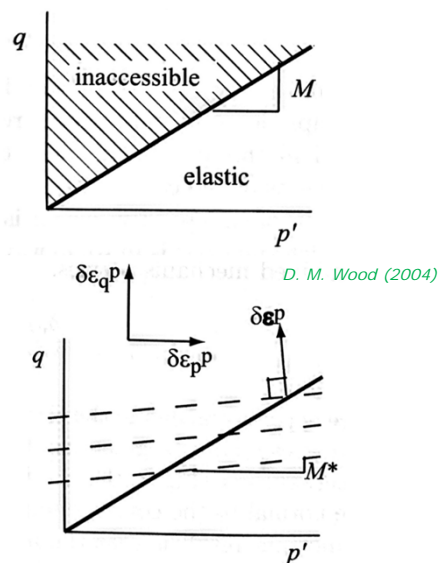
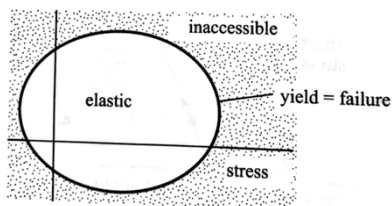


L. Masini

9

## Un caso particolare

### Legame elastico lineare – perfettamente plastico + Mohr-Coulomb

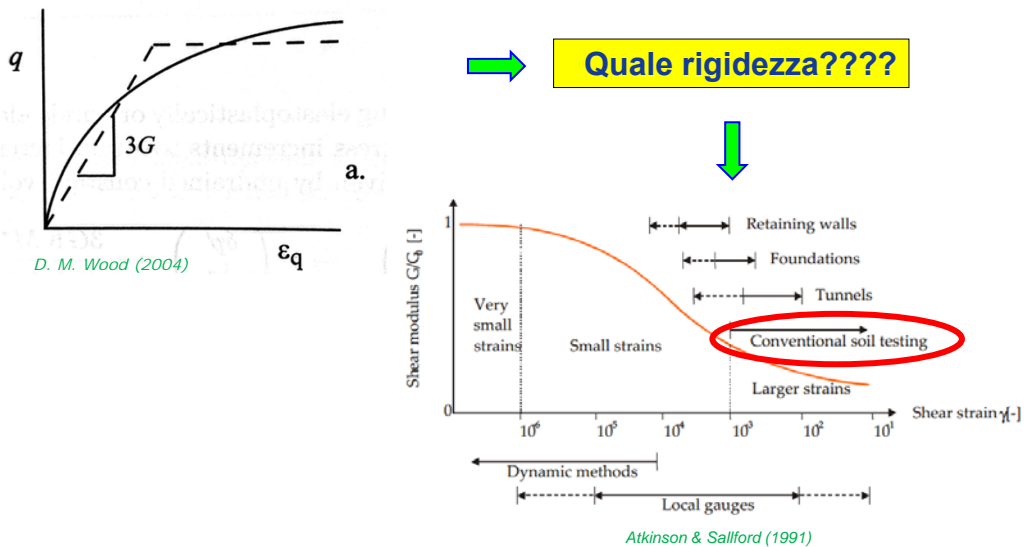


L. Masini

10

## Un caso particolare

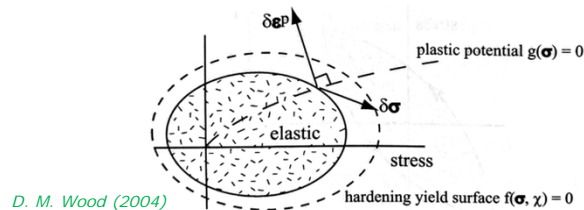
Legame elastico lineare – perfettamente plastico + Mohr-Coulomb



L. Masini

11

## Legami elasto-plastici con incrudimento



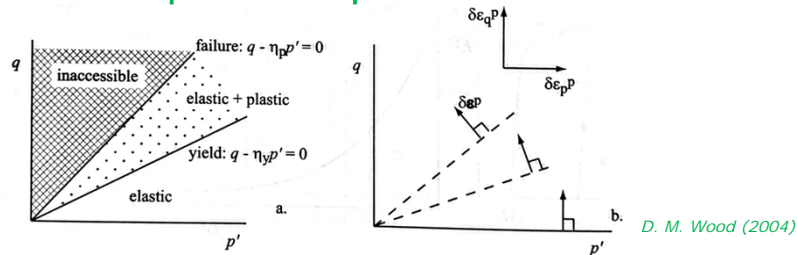
- la **superficie di plasticizzazione** evolve in accordo con la **legge di incrudimento**
- la **legge di incrudimento** lega la variazione delle dimensioni della superficie di plasticizzazione all'**entità delle deformazioni plastiche**
- E' necessario definire:
  - le proprietà elastiche ( $\rightarrow$  comportamento prima della soglia di plasticizzazione)
  - la superficie di plasticizzazione ( $\rightarrow$  condizioni per le quali inizia lo sviluppo di  $\epsilon^p$ )
  - la legge di flusso (il rapporto tra le def. vol. plastiche e quelle deviatoriche)
  - la legge di incrudimento (come evolve la superficie di plasticizzazione)

L. Masini

12

## Legami elasto-plastici con incrudimento

### Legame elastico lineare – perfettamente plastico + Mohr-Coulomb incrudente

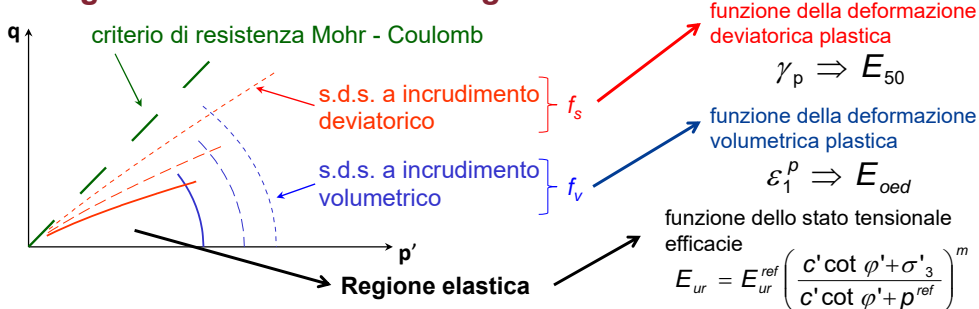


- la **superficie di plasticizzazione** è una retta la cui pendenza evolve in accordo con la **legge di incrudimento**, limitata dal **criterio di Mohr-Coulomb**
- in questo modo è possibile:
  - descrivere il comportamento non lineare del terreno a livelli def. medio-bassi (apertura iniziale della superficie di plasticizzazione)
  - introdurre una condizione limite ultima (stato critico)
  - descrivere l'accoppiamento deviatorico-volumetrico

L. Masini

13

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

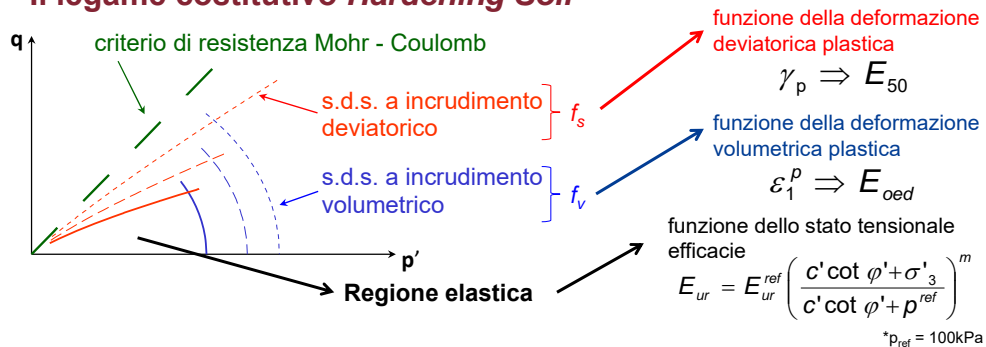


- modello elasto-plastico a incrudimento isotropo (sempre positivo) **volumetrico e deviatorico indipendente**
- sviluppo di deformazioni irreversibili a partire da bassi livelli di deformazione (comp. elasto-plastico)
- la  $f_s$  è limitata superiormente dal criterio di resistenza di Mohr-Coulomb
- rigidezza funzione dello stato tensionale efficace e della storia tensionale
- rigidezza diversa in fase di scarico-ricarico

L. Masini

14

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

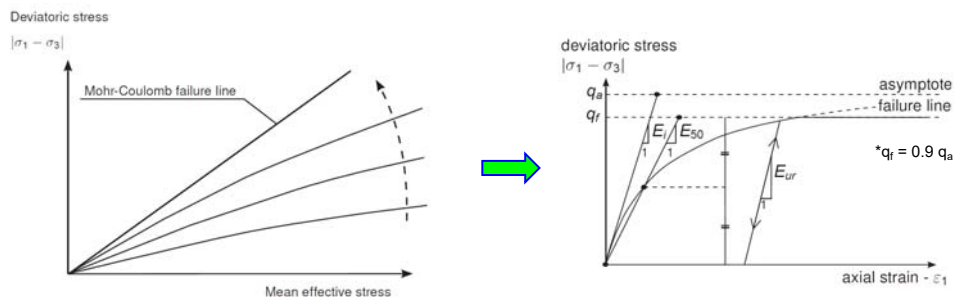


- la presenza delle due superfici di plasticizzazione consente di descrivere in maniera indipendente lo sviluppo di deformazioni irreversibili per percorsi di carico deviatorici ( $f_s$ ) ovvero isotropi ( $f_v$ )
- la forma e la dimensione delle due superfici sono funzione di due parametri  $E_{50}$  e  $E_{oed}$ , che sebbene definiti nell'ambito dell'elasticità, regolano il comportamento plastico (irreversibile) del legame costitutivo (non sono da intendersi come moduli di elasticità)
- i tre moduli (di cui solo  $E_{ur}$  propriamente elastico) dipendono dallo stato tensionale efficace con leggi formalmente analoghe

L. Masini

15

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

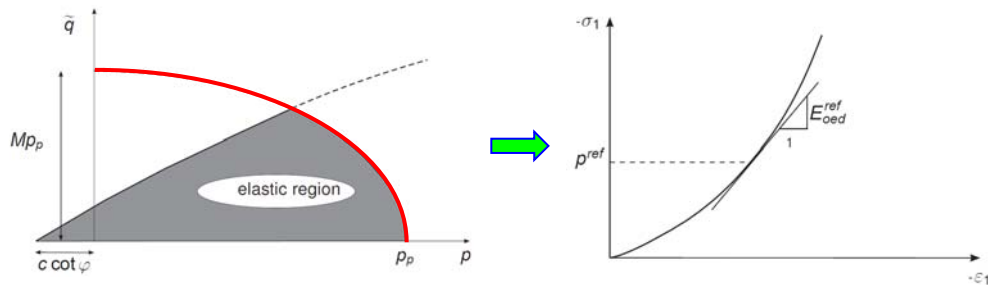


- la  $f_s$  è una curva che si *apre a ventaglio* in accordo con la legge di incrudimento (sempre positivo, no comportamento fragile) ed è limitata superiormente dal criterio di resistenza di Mohr-Coulomb
- la sua forma è tale che nel piano triassiale il modello riproduce il comportamento non lineare irreversibile mediante un'approssimazione iperbolica
- la rigidezza diversa in fase di scarico-ricarico
- il parametro  $E_{50}$  è la rigidezza secante al 50% del valore del deviatore a rottura  $q_f$ , valutato sulla curva di primo carico

L. Masini

16

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

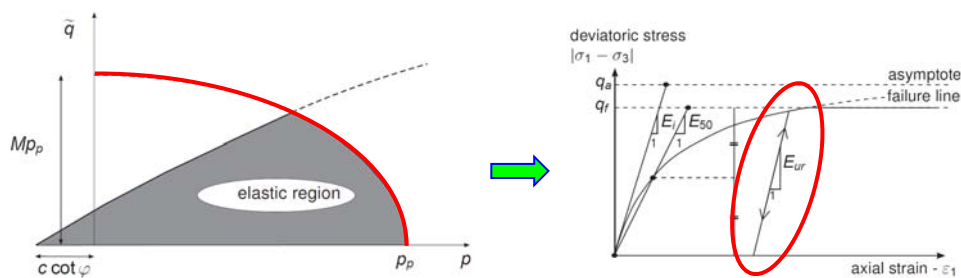


- la  $f_v$  è un'ellisse nel piano triassiale che si espande (incrudimento positivo) omoteticamente al crescere delle  $\varepsilon_v^{pl}$ . Legge di flusso è sempre associata.
- il parametro  $E_{oeed}$  descrive la rigidezza in condizioni edometriche (**aumenta al crescere della deformazione vs prove triassiali**)
- è introdotta per descrivere il comportamento irreversibile osservato in percorsi tensionali in cui si incrementa la pressione media efficace (compressibilità edometrica) → **attenzione per i terreni a grana grossa!!!!**
- i terreni a grana grossa, per percorsi edometrici, mostrano tensioni di snervamento assai elevate compatibili con quelle di rottura dei grani

L. Masini

17

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*



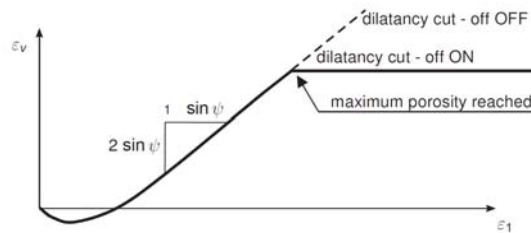
- all'interno del dominio elastico il comportamento è **elastico lineare (LIMITE!)** → il modulo elastico **non dipende dal livello di deformazione** → la rigidezza in carico e scarico è costante (per percorsi tensionali interni al dominio elastico)
- la rigidezza elastica è funzione dello stato **tensionale efficace** (tensione efficace minima  $\sigma'_3$ )

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \varphi' + \sigma'_3}{c' \cot \varphi' + p^{ref}} \right)^m$$

L. Masini

18

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*



- la legge di flusso è associata su  $f_v$  e non associata su  $f_s$ .
- è possibile riprodurre l'eventuale comportamento dilatante di terreni a grana grossa addensati o a grana fina molto sovraconsolidati calibrando opportunamente il valore dell'angolo di dilatanza  $\psi$ .
- in condizioni drenate è possibile introdurre un limite alla dilatanza assegnando un valore iniziale e un valore massimo dell'indice dei vuoti
- **ATTENZIONE:** in condizioni non drenate l'indice dei vuoti si mantiene costante!!!
- inoltre, sperimentalmente, il comportamento dilatante è associato alla formazione di una **banda di taglio** in cui si **concentrano** le deformazioni → **meglio  $\psi=0$**

L. Masini

19

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

### Parametri del modello

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \phi' + \sigma'_3}{c' \cot \phi' + p_{ref}} \right)^m \quad E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c' \cot \phi' + \sigma'_3}{c' \cot \phi' + p_{ref}} \right)^m \quad E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left( \frac{c' \cot \phi' + \frac{\sigma'_3}{K_0^{nc}}}{c' \cot \phi' + p_{ref}} \right)^m$$

- $m, E_{ur}^{ref}$  ↔ profili  $G_0$  da prove DH o CH, prove RC, letteratura
- $E_{50}^{ref}$  ↔ prove di laboratorio (TX-CIU, TX-CD)
- $E_{oed}^{ref}$  ↔ prove di laboratorio (TX-CIU, TX-CD, edo)
- $c, \phi'$  ↔ prove di laboratorio e prove in sito
- $\psi'$  ↔ prove di laboratorio (TX-CIU, TX-CD)

Inoltre:  $\nu = 0.15-0.3$ ;  $K_0^{nc} = 1 - \sin \phi'$ ;  $R_f = q_f/q_a = 0.9$ ;  $p_{ref} = 100 \text{ kPa}$

L. Masini

20

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

### Calibrazione di $m$ e $E_{ur}^{ref}$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \varphi' + \sigma'_3}{c' \cot \varphi' + p_{ref}} \right)^m \Rightarrow G_{ur} = \frac{E_{ur}}{2(1+\nu)} \Rightarrow G_{ur} = G_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \varphi' + \sigma'_3}{c' \cot \varphi' + p_{ref}} \right)^m$$

$$\sigma'_3 \approx \sigma'_h = K_0 \cdot \sigma'_v = \sigma'_v \cdot (1 - \sin \varphi') \cdot OCR^{\sin \varphi'}$$

- relazioni empiriche di letteratura

$$\frac{G_0}{p_r} = S \left( \frac{p'}{p_r} \right)^n$$

(Rampello, Silvestri & Viggiani, 1994)

$$\begin{cases} p_r = 1 \text{ kPa} \\ S = 3028.5 \cdot e^{-0.03841 \cdot I_p} \\ n = 0.4788 + 0.0941 \cdot \ln I_p \\ p' = \sigma'_v \left( \frac{1+2K_0}{3} \right) \end{cases}$$

L. Masini

21

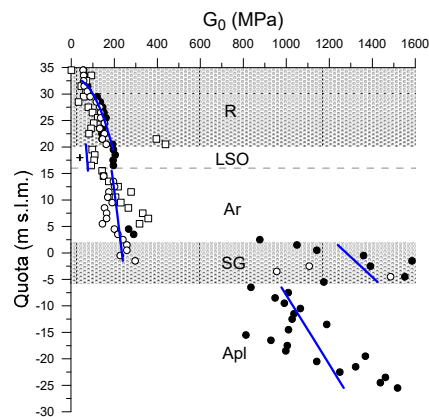
## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

### Calibrazione di $m$ e $E_{ur}^{ref}$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \varphi' + \sigma'_3}{c' \cot \varphi' + p_{ref}} \right)^m \Rightarrow G_{ur} = \frac{E_{ur}}{2(1+\nu)} \Rightarrow G_{ur} = G_{ur}^{ref} \left( \frac{c' \cot \varphi' + \sigma'_3}{c' \cot \varphi' + p_{ref}} \right)^m$$

$$\sigma'_3 \approx \sigma'_h = K_0 \cdot \sigma'_v = \sigma'_v \cdot (1 - \sin \varphi') \cdot OCR^{\sin \varphi'}$$

- profili  $G_0$  da prove CH e DH



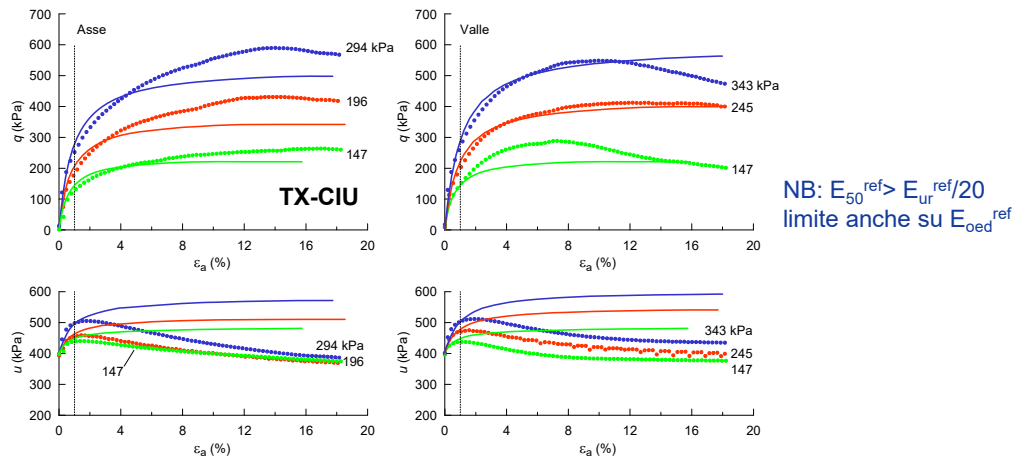
L. Masini

22

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

Calibrazione di  $E_{50}^{ref}$  e  $E_{oed}^{ref}$

best-fitting di curve sperimentali (prove di laboratorio TX-CIU, TX-CID)



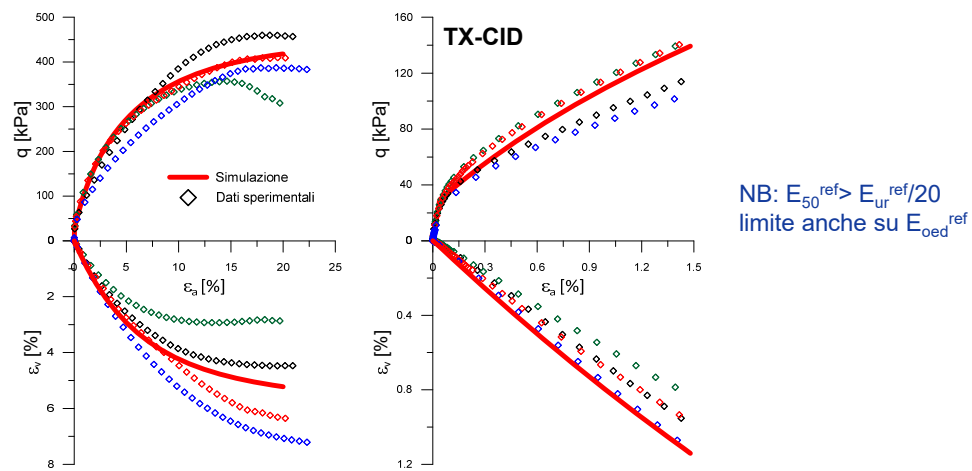
L. Masini

23

## Il legame costitutivo *Hardening Soil*

Calibrazione di  $E_{50}^{ref}$  e  $E_{oed}^{ref}$

best-fitting di curve sperimentali (prove di laboratorio TX-CIU, TX-CID)



L. Masini

24

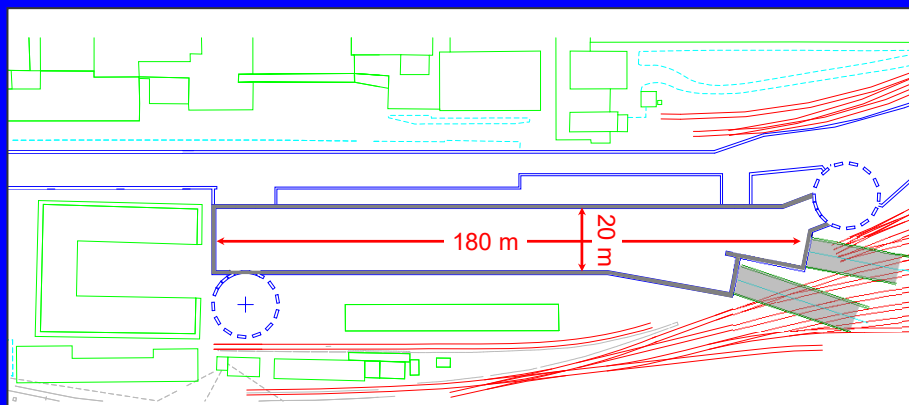
## scavo del camerone Salesiani

(S. Rampello, L. Callisto, G. Calabresi)

L. Masini

25

### pianta dello scavo



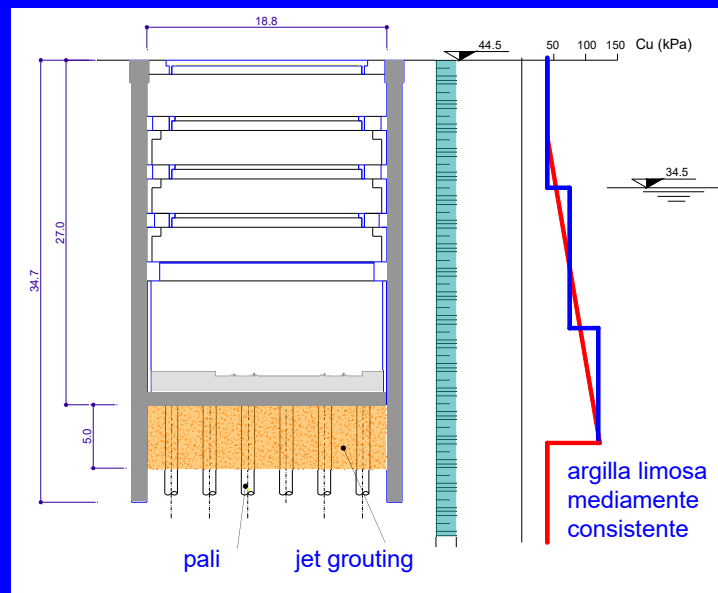
Bologna

Firenze

L. Masini

26

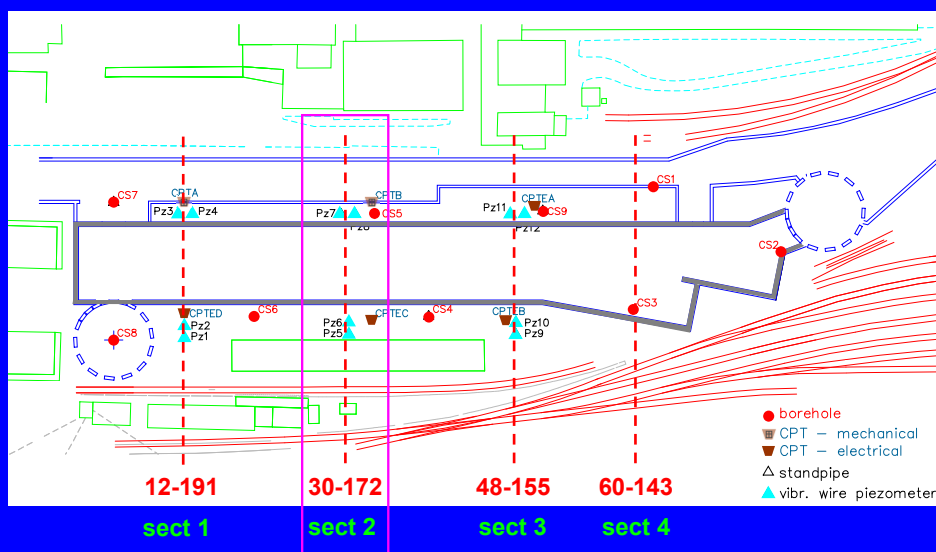
## progetto originario



L. Masini

27

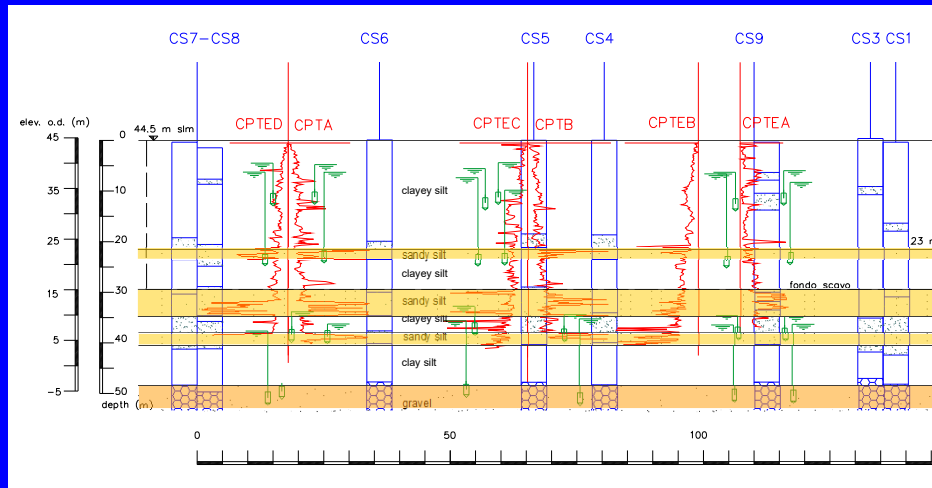
## indagine geotecnica integrativa



L. Masini

28

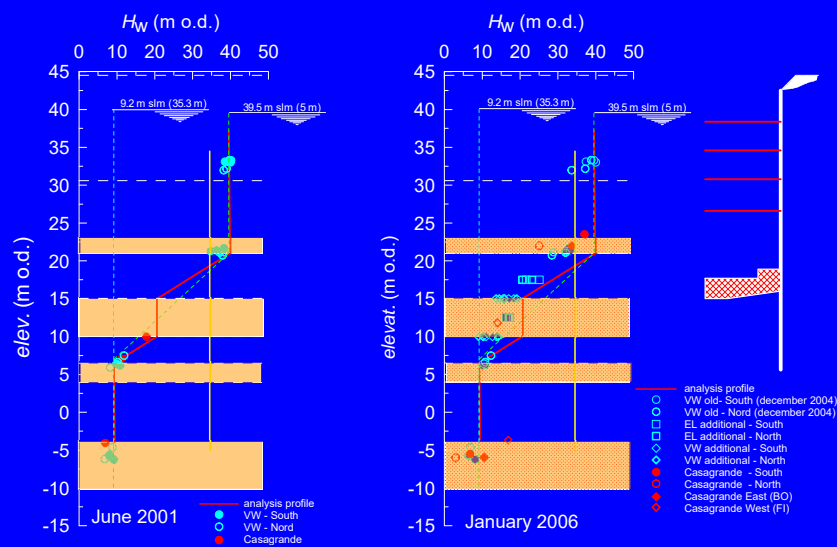
## modello di sottosuolo



L. Masini

29

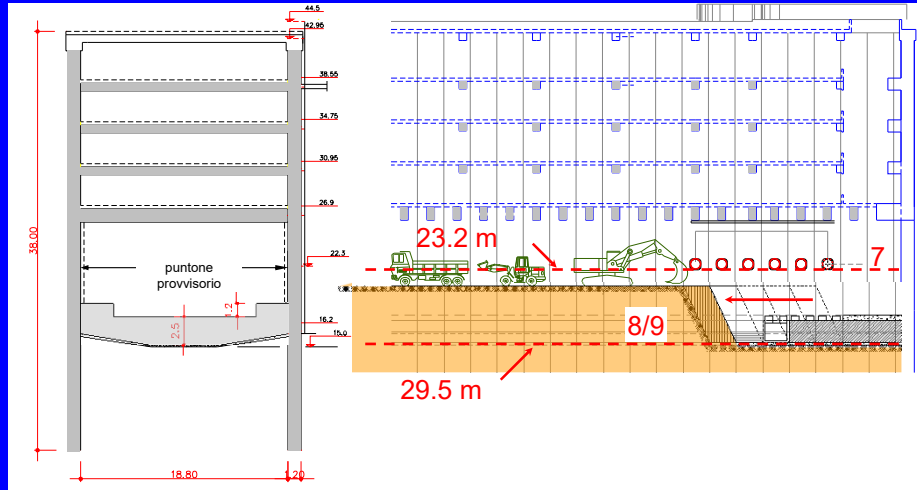
## profili del carico idraulico



L. Masini

30

## progetto modificato

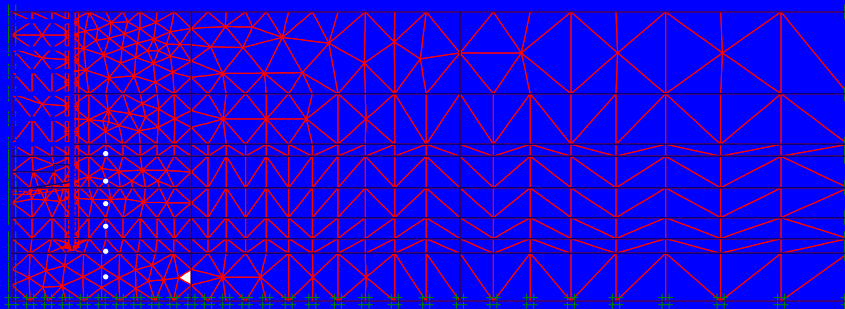


L. Masini

31

## analisi numerica

- distribuzione iniziale delle pressioni interstiziali in accordo alle misure piezometriche (filtrazione 1D verso il basso)
- previsione di **classe A** : analisi non drenata in termini di tensioni efficaci
- previsione di **classe B** : analisi accoppiata di consolidazione

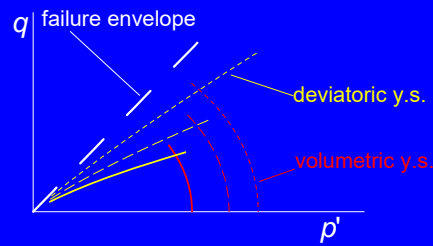


L. Masini

32

## modello Hardening Soil PLAXIS

### incrudimento isotropo



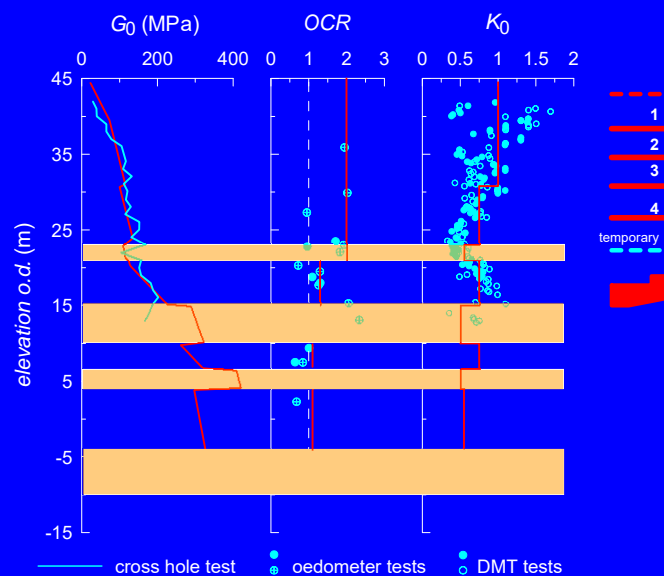
- comportamento non lineare da bassi livelli di deformazione
- rigidezza tangenziale in scarico – ricarico maggiore della rigidezza in primo carico
- dipendenza della rigidezza da stato tensionale efficace

$$E' = E^{\text{ref}} \left( \frac{c' \cdot \cot \varphi' + \sigma_3'}{c' \cdot \cot \varphi' + p^{\text{ref}}} \right)^m$$

L. Masini

33

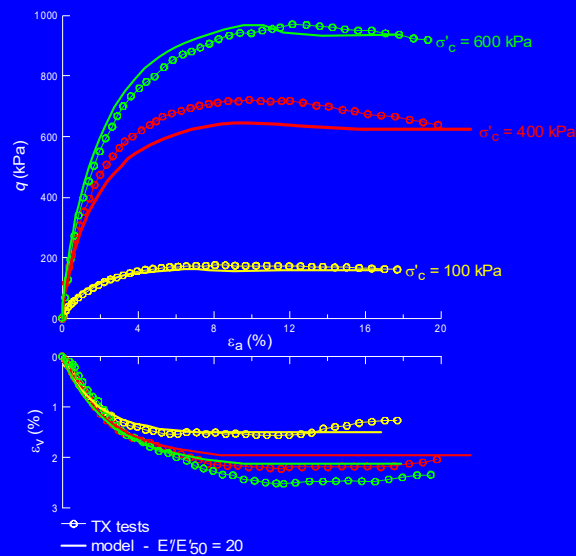
## calibrazione: rigidezza tangenziale iniziale e stato di tensione efficace iniziale



L. Masini

34

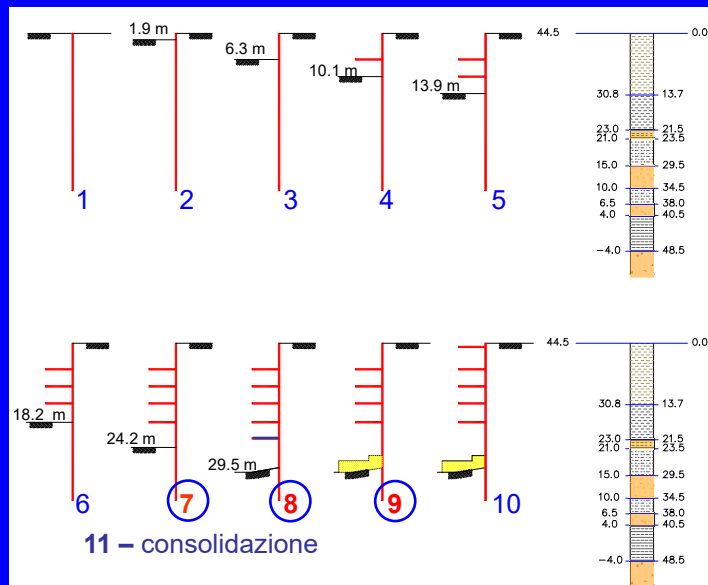
## calibrazione: prove triassiali drenate



L. Masini

35

## simulazione scavo: 11 fasi

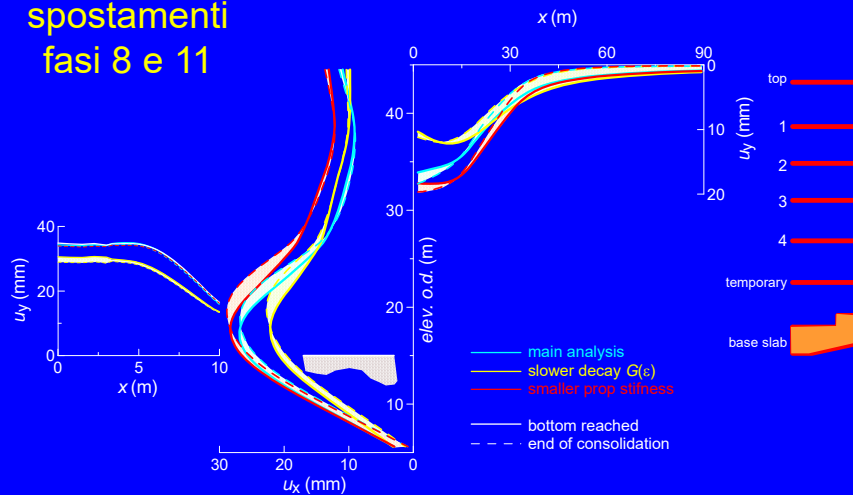


L. Masini

36

## previsione del comportamento (classe A, 2002)

spostamenti  
fasi 8 e 11



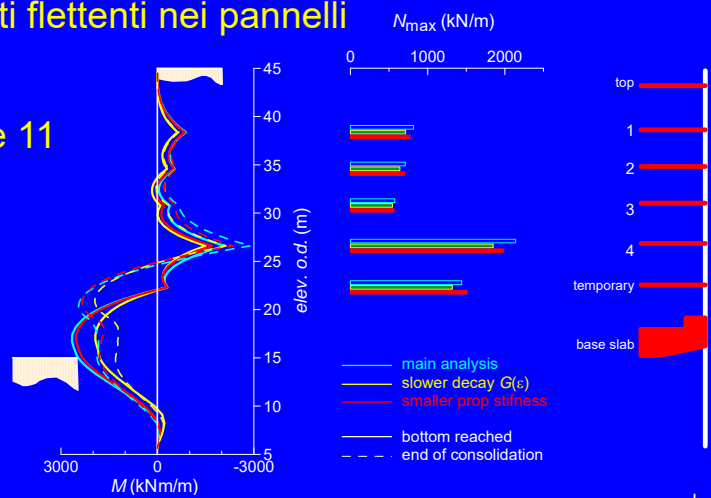
L. Masini

37

## previsione del comportamento (classe A, 2002)

- sforzo assiale nei puntoni
- momenti flettenti nei pannelli

fasi 8 e 11



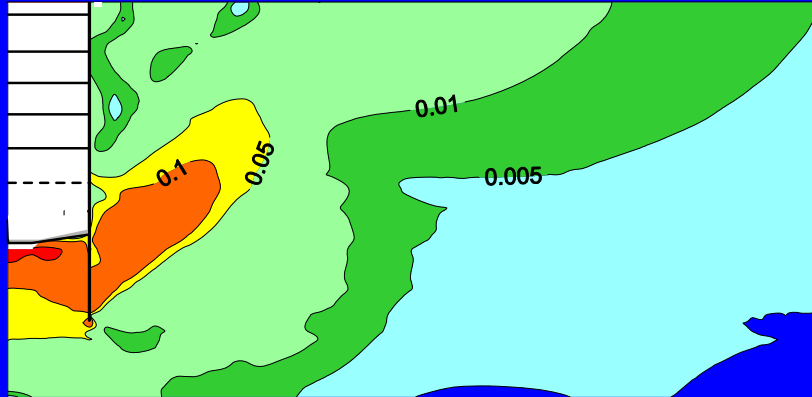
L. Masini

38

## previsione del comportamento

(classe A, 2002)

isolinee della deformazione deviatorica (fase 8)



L. Masini

39



40

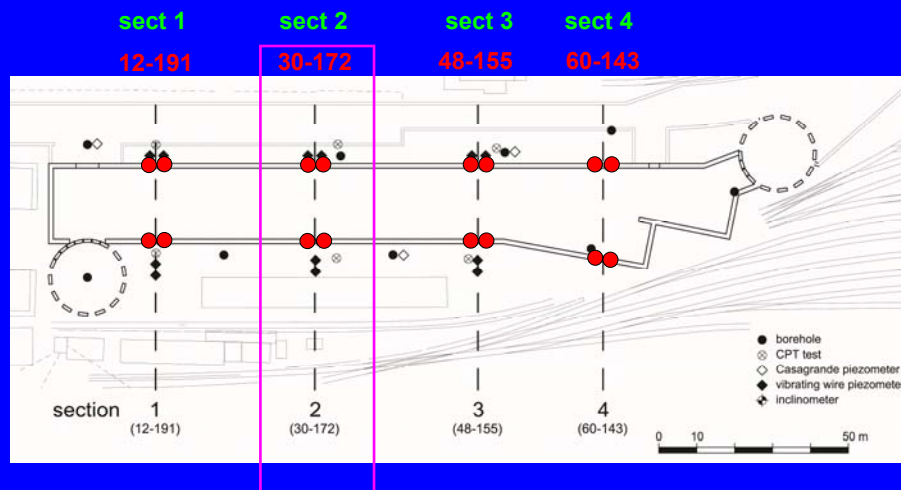


41



42

## misure inclinometriche

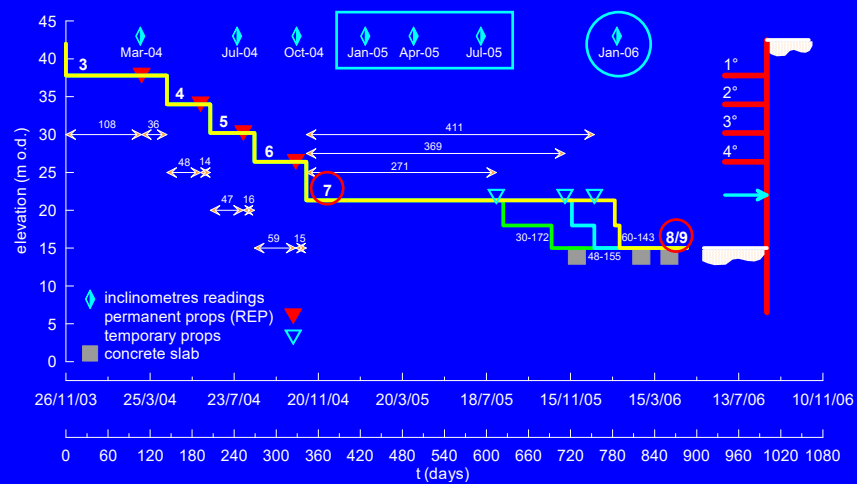


L. Masini

43

## durata effettiva fasi di scavo

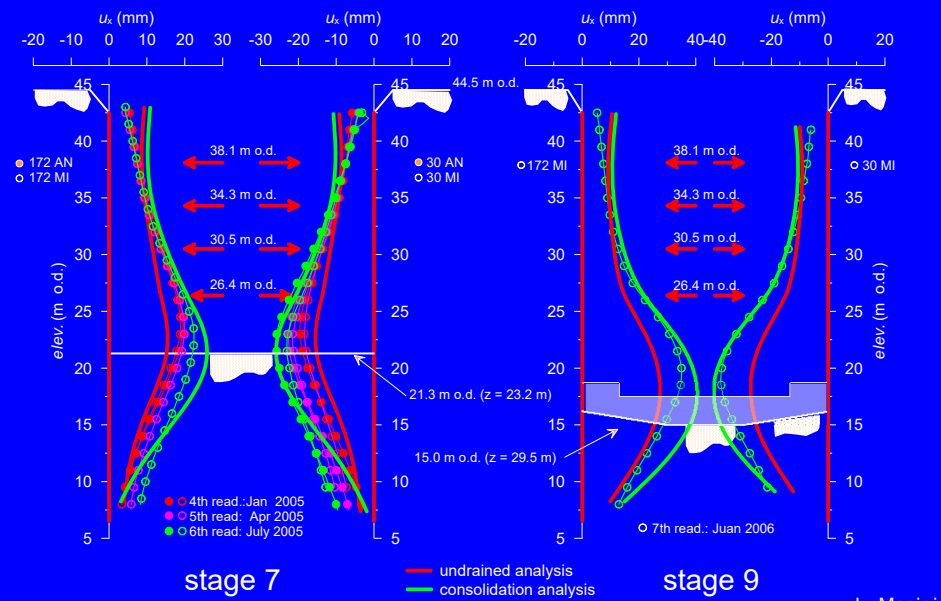
### nuova analisi - effetto consolidazione



L. Masini

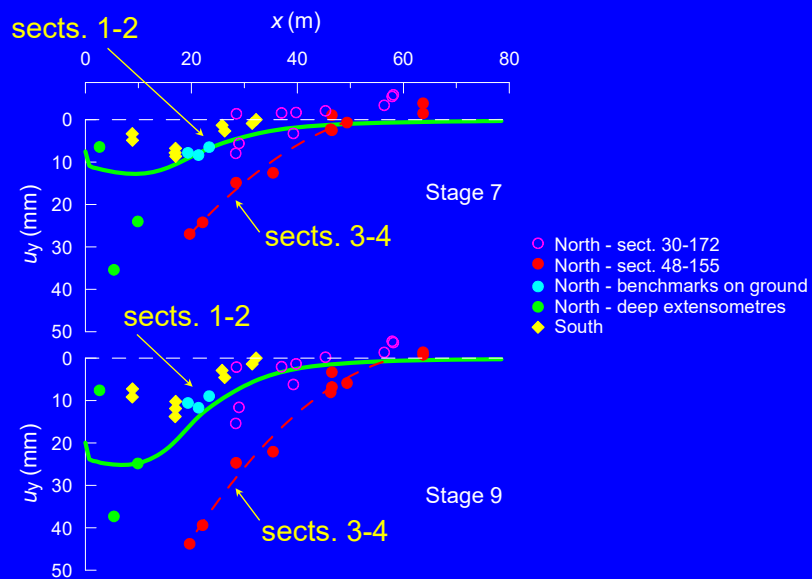
44

## spostamenti orizzontali misurati e calcolati



45

## spostamenti verticali misurati e calcolati



46

## aspetti chiave

### ottimizzazione del progetto

- adeguate indagini geotecniche integrative
- misure delle pressioni interstiziali

### previsione

- rigidezza tangenziale calibrata su prove cross-hole
- descrizione della non linearità e della dipendenza dal percorso di carico a partire da basse deformazioni

### comportamento osservato

- confronto soddisfacente con le analisi se si considera l'effettiva durata delle fasi di scavo (analisi di consolidazione)

47

## Conclusioni

- Scelta del legame costitutivo commisurata al problema in esame → non esiste un modello che va bene sempre
- i parametri di un legame costitutivo descrivono il comportamento meccanico di **mezzi ideali** che riproducono solo **alcuni aspetti** del **comportamento reale** dei terreni (**NON SONO LA REALTÀ**)
- l'attendibilità della previsione numerica dipende da:
  - corretta simulazione delle fasi di interesse del problema
  - **corretta calibrazione dei parametri** → **CARATTERIZZAZIONE GEOTECNICA**



- Scelta delle tipo di prove di laboratorio, del numero e della posizione dei campioni **INDISTURBATI** durante la definizione del piano delle indagini
- **REGIME DELLE PRESSIONI INTERSTIZIALI**

L. Masini

48